

$$f(-\pi) = -2 - \pi \approx -5.14 \quad f(\pi/6) = \sqrt{3} + \frac{\pi}{6} \approx 2.26$$

$$f(5\pi/6) = -\sqrt{3} + \frac{5\pi}{6} \approx 0.89 \quad f(2\pi) = 2 + 2\pi \approx 8.28$$

Por lo tanto, $-2 - \pi$ es el mínimo (que se alcanza en $x = -\pi$) y el máximo es $2 + 2\pi$ (que se alcanza en $x = 2\pi$). ■

Revisión de conceptos

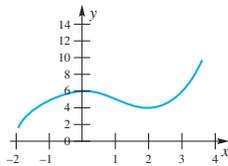
- Una función _____ en un intervalo _____ siempre tendrá un valor máximo y un valor mínimo en ese intervalo.
- El término valor _____ denota un valor máximo o uno mínimo.

- Una función puede alcanzar un valor extremo sólo en un punto crítico. Los puntos críticos son de tres tipos: _____, _____ y _____.
- Un punto estacionario para f es un número c tal que _____; un punto singular para f es un número c tal que _____.

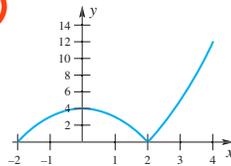
Conjunto de problemas 3.1

En los problemas del 1 al 4 determine todos los puntos críticos y encuentre el mínimo y el máximo de la función. Cada función tiene dominio $[-2, 4]$.

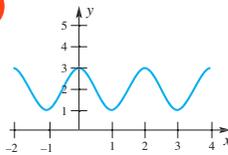
1.



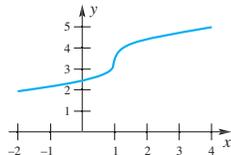
2.



3.



4.



En los problemas del 5 al 26 identifique los puntos críticos y encuentre los valores máximo y mínimo en el intervalo dado.

- $f(x) = x^2 + 4x + 4; I = [-4, 0]$
- $h(x) = x^2 + x; I = [-2, 2]$
- $\Psi(x) = x^2 + 3x; I = [-2, 1]$
- $G(x) = \frac{1}{5}(2x^3 + 3x^2 - 12x); I = [-3, 3]$
- $f(x) = x^3 - 3x + 1; I = (-\frac{3}{2}, 3)$ Sugerencia: dibuje la gráfica.
- $f(x) = x^3 - 3x + 1; I = [-\frac{3}{2}, 3]$
- $h(r) = \frac{1}{r}; I = [-1, 3]$
- $g(x) = \frac{1}{1 + x^2}; I = [-3, 1]$
- $f(x) = x^4 - 2x^2 + 2; I = [-2, 2]$
- $f(x) = x^5 - \frac{25}{3}x^3 + 20x - 1; I = [-3, 2]$
- $g(x) = \frac{1}{1 + x^2}; I = (-\infty, \infty)$ Sugerencia: dibuje la gráfica.
- $f(x) = \frac{x}{1 + x^2}; I = [-1, 4]$

- $r(\theta) = \sin \theta; I = [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}]$
- $s(t) = \sin t - \cos t; I = [0, \pi]$
- $a(x) = |x - 1|; I = [0, 3]$
- $f(s) = |3s - 2|; I = [-1, 4]$
- $g(x) = \sqrt[3]{x}; I = [-1, 27]$
- $s(t) = t^{2/5}; I = [-1, 32]$
- $H(t) = \cos t; I = [0, 8\pi]$
- $g(x) = x - 2 \sin x; I = [-2\pi, 2\pi]$
- $g(\theta) = \theta^2 \sec \theta; I = [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$
- $h(t) = \frac{t^{5/3}}{2 + t}; I = [-1, 8]$

GC 27. Para cada función identifique los puntos críticos y encuentre los valores extremos en $[-1, 5]$.

(a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + x + 2$ (b) $g(x) = |f(x)|$

GC 28. Para cada función identifique los puntos críticos y encuentre los valores extremos en $[-1, 5]$.

(a) $f(x) = \cos x + x \sin x + 2$ (b) $g(x) = |f(x)|$

En los problemas del 29 al 36 haga un bosquejo de la gráfica de una función con las propiedades que se dan.

29. f es diferenciable, tiene dominio $[0, 6]$, alcanza un máximo de 6 (cuando $x = 3$) y un mínimo de 0 (cuando $x = 0$). Además, $x = 5$ es un punto estacionario.

30. f es diferenciable, tiene dominio $[0, 6]$, alcanza un máximo de 4 (cuando $x = 6$) y un mínimo de -2 (cuando $x = 1$). Además, $x = 2, 3, 4, 5$ son puntos estacionarios.

31. f es continua, pero no necesariamente diferenciable, tiene dominio $[0, 6]$, alcanza un máximo de 6 (cuando $x = 5$) y un mínimo de 2 (cuando $x = 3$). Además, $x = 1$ y $x = 5$ son los únicos puntos estacionarios.

32. f es continua, pero no necesariamente diferenciable, tiene dominio $[0, 6]$, alcanza un máximo de 4 (cuando $x = 4$) y un mínimo de 2 (cuando $x = 2$). Además, f no tiene puntos estacionarios.